

УДК 510.10



А.В. Кочетков



П.В. Федотов

Кочетков А.В.\*,  
Федотов П.В.\*\*

## О некоторых несуразностях в изложении вектора Умова-Пойнтинга

\*Кочетков Андрей Викторович, доктор технических наук, профессор Пермского национального исследовательского политехнического университета и Саратовского государственного технического университета, член Президиума и председатель Поволжского отделения Российской академии транспорта  
E-mail: soni.81@mail.ru

\*\*Федотов Петр Викторович, инженер, эксперт ООО «Научно-исследовательский центр технического регулирования» (Саратов, Россия)  
E-mail: klk50@mail.ru

Вопрос о векторе Пойнтинга и его роли и значении в проблеме излучения электромагнитных волн не такой простой и однозначный, как принято считать в современной научной и учебной литературе. В статье представлен авторский взгляд на физическую природу данного феномена и его интерпретацию.

**Ключевые слова:** вектор Умова-Пойнтинга, закон Джоуля-Ленца, поток вектора, излучение тепловой энергии, электромагнитные волны.

В настоящее время в электродинамике принято закон сохранения энергии записывать в виде теоремы Пойнтинга, описывающей закон сохранения энергии электромагнитного поля в интегральной форме:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\oint_F S dF - \int_V (j \cdot E) dV \quad (1)$$

$$W = \frac{1}{2} \int \left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) dV,$$

где  $W$  – полная энергия электромагнитного поля, заключенного в объеме  $V$ ;  $S$  – поток энергии поля (т. е. количество энергии, прошедшее в единицу времени через единичную поверхность, перпендикулярную к потоку),  $E$  – напряженность электрического поля,  $j$  – плотность тока,  $F$  – поверхность, ограничивающая объем  $V$ .

Теорема Пойнтинга в дифференциальной форме<sup>1</sup> была доказана в 1884 г. Джоном Генри Пойнтингом, она имеет вид:

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = (\nabla \cdot \bar{S}) + (\bar{E} \cdot \bar{j}), \quad (2)$$

где  $u$  – плотность электромагнитной энергии выражается формулой:

$$u = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right), \quad (3)$$

( $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\mu_0$  – магнитная постоянная).

Вектор Пойнтинга имеет вид:

$$\bar{S} = \varepsilon_0 c^2 \bar{E} \times \bar{B}. \quad (4)$$

Причем ненулевой поток вектора Умова-Пойнтинга по умолчанию считается признаком излучения электромагнитных волн. Опять же по умолчанию, считается, что направление потока энергии совпадает с направлением вектора Пойнтинга. Величину излученной энергии определяют уравнением:

«Поток энергии поля из объема  $V$  равен интегралу от нормальной компоненты  $S$  по поверхности 2, ограничивающей объем  $V$ :

$$\int_{\Sigma} (S \cdot n) da \gg^2. \quad (5)$$

Здесь  $S$  – вектор Пойнтинга,  $n$  – единичный вектор нормальный к элементарной площадке  $da$ .

<sup>1</sup> Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6: Электродинамика М.: Мир 1977. С. 286.

<sup>2</sup> Там же. С. 285.

На самом деле, вопрос о векторе Пойнтинга и его роли и значении в проблеме излучения электромагнитных волн не такой простой и однозначный, как принято считать в современной научной и учебной литературе.

Прежде чем рассматривать данный вопрос по существу дела, приведем небольшую историческую справку.

«Общее представление о потоке энергии в пространстве впервые было введено Н.А. Умовым в 1874 г. Поэтому вектор плотности потока энергии *без конкретизации её физической природы* называется «вектором Умова». Выражения для этого вектора были получены Умовым, естественно, только для упругих сред и вязких жидкостей. Через 11 лет идеи Умова были разработаны Пойнтингом применительно к электромагнитной энергии»<sup>1</sup>.

На самом деле это не так. Приведем случаи, рассмотренные Умовым в его работе «Уравнения движения энергии в телах»<sup>2</sup>:

«§ 4. Уравнение движение энергии в твердых телах постоянной упругости.

§ 6. Закон энергии для волновых поверхностей любого вида.

§ 8. Уравнение движения в телах жидких

§ 9. Случай несжимаемой жидкости.

§ 10. Уравнение движения энергии в жидкостях с трением.

§ 12. Определение законов движения и распределения энергии в явлениях взаимодействия на расстояниях конечных.

§ 14. Закон энергии в случае взаимодействия двух замкнутых токов друг на друга.

§ 15. Исследование законов энергии в случае, когда для взаимодействия тел существует потенциал.

§ 16. Закон энергии для взаимодействия двух элементов тока.

§ 17. *Общий метод* определения законов взаимодействий на расстояниях конечных» [Курсив наш – А.К., П.Ф.].

Из приведенного списка видно, что на самом деле Н.А. Умов рассмотрел все возможные виды энергии, известные в его время, и упругие волны в твердых и жидких телах, и электрические взаимодействия. В последнем параграфе он рассматривает общий закон взаимодействия на расстоянии, не только для электромагнетизма, но и гравитации, а также любых других видов взаимодействия, которые будут открыты в будущем.

То, что в зарубежной науке для описания электромагнитной энергии применяется название вектор Пойнтинга, объясняется только тем, что работы Н.А. Умова на Западе неизвестны.

На самом деле, «следует отметить, что теорема Пойнтинга является частным случаем более общей теоремы, доказанной русским ученым Н.А. Умовым в 1874 г., т.е. раньше Пойнтинга, для любого вида энергии [Курсив наш – А.К., П.Ф.], распределенной в пространстве с некоторой плотностью  $w$ . Умов впервые ввел в науку понятие плотности потока энергии  $S$ »<sup>3</sup>.

Отличие теоремы Пойнтинга от теоремы Умова состоит в том, что Пойнтинг рассматривал только движение электромагнитной энергии поля, а Умов рассматривал общий вид закона сохранения энергии в интегральном виде.

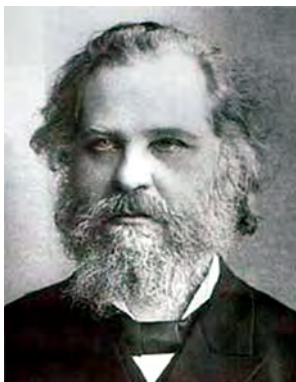
Принципиальных отличий подходов Умова и Пойнтинга два.

1. Умов был убежденным материалистом. Пойнтинг явно относился к модному в конце девятнадцатого – начале двадцатого веков направлению в физике – «энергетизму».

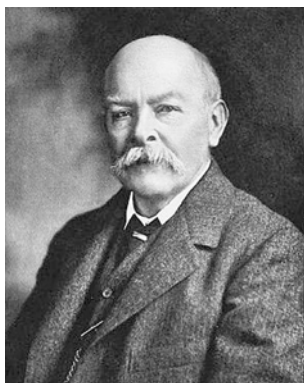
Умов рассматривал энергию, исключительно как характеристику материи, поэтому в своей работе он описывал замкнутый объем содержащий материю, например жидкость состоящую из атомов, упругое тело, континуум из электрически заряженных частиц, или проводников с током. Соответственно, именно эта материя, наполняющая рассматриваемый объем, и содержала ту самую энергию, закон сохранения которой в интегральной форме и выводил в своей работе Умов.

Пойнтинг же рассматривал энергию с точки зрения «энергетической физики». Основоположник энергетизма Фридрих Оствальд отталкивался от мысли, «что именно энергия, а не материя (вещество) является «единственной субстанцией мира», к изменениям которой должны быть сведены все вообще (в том числе психические и социологические) явления»<sup>4</sup>. Как сказано в литературе: «энергия ведет себя подобно распределенной субстанции, способной вытекать и втекать в заданный объем сквозь окружающую поверхность»<sup>5</sup>. Причем, никакой материи при этом не нужно, достаточно наличия одной энергии, как самостоятельной субстанции.

2. Второе принципиальное различие подходов Умова и Пойнтинга вытекает из первого. Согласно материалистическому подходу Умова, энергия не может существовать отдельно от материи, а значит, не может распространяться в пространстве в отрыве от той самой материи, свойством которой она является. В энергетическом подходе Пойнтинга все наоборот, энергия – самодостаточна и вполне может существовать отдельно от источника. Развитие электродинамики Максвелла, и особенно открытие Герцем электромагнитных волн, определило выбор ученых в пользу подхода Пойнтинга. А работа Умова была незаслуженно забыта.



Николай Алексеевич Умов (1846–1915), русский физик, философ



Джон Генри Пойнтинг (John Henry Poynting, 1852–1914), британский физик профессор Бирмингемского университета

<sup>1</sup> Сивухин Д.В. Общий курс физики Электричество. Т. 3. М.: Наука, 1977. С. 364.

<sup>2</sup> Умов Н.А. Избранные сочинения. М. – Л.: Гостехиздат, 1950. С. 151.

<sup>3</sup> Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Электродинамика. М.: Высшая школа, 1990. С. 45.

<sup>4</sup> Философская энциклопедия / Под ред. Ф.В. Константинова. Т. 4. М.: Советская энциклопедия, 1967. С. 175.

<sup>5</sup> Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Указ. соч. С. 45.

Появление релятивистской теории сблизило позиции материалистов и энергетистов. Согласно релятивистской теории «всякая энергия обладает массой: масса равна энергии, деленной на квадрат скорости. Но поток вещества и связанный с ним поток массы являются величинами вполне определенными и однозначными. Поэтому той же определенностью и однозначностью должен обладать и поток энергии»<sup>1</sup>.

Все сказанное выше было бы интересно только историкам науки, если бы не ошибочные выводы из теоремы Пойнтинга, которые до сих пор делаются в научной литературе.

Ошибка кроется в подходе к рассмотрению физического смысла, следующего из теоремы Пойнтинга.

«Согласно формуле вектора Пойнтинга, должен существовать поток электромагнитной энергии во всех точках пространства, где векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  не коллинеарны»<sup>2</sup>.

Рассмотрим следующую конструкцию: возле неподвижного постоянного магнита расположен неподвижный электростатический заряд. Легко видеть, что в любой точке пространства окружающего такую статичную конструкцию векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  не коллинеарны. Т.е., вектор Пойнтинга может принимать любое значение не равное нулю<sup>3</sup>.

Но при всем этом такая конструкция излучать не будет. Налицо явный парадокс. Потому автор<sup>4</sup> пишет: «Так как для стационарных процессов  $\partial u/\partial t = 0$ , то из уравнения следует, что  $\operatorname{div} \mathbf{S} = 0$ . Это значит, что энергия течет подобно несжимаемой жидкости: во всякий объем пространства втекает столько же энергии, сколько и вытекает. Непосредственно такое течение электромагнитной энергии не проявляется ни в каких физических явлениях».

Тут возникает два вопроса: во-первых, для того, чтобы одновременно энергия втекала и вытекала в один и тот же объем, необходимо, чтобы вектор Пойнтинга имел разное направление, либо в разных участках поверхности, либо в каждой точке пространства, ограничивающей выделенный объем, с одной стороны энергия должна втекать, вектор Пойнтинга направлен внутрь, а на других участках энергия должна вытекать, вектор Пойнтинга – направлен наружу.

Но, для описанной статичной конструкции магнита и заряда, вектор Пойнтинга имеет всюду одно направление. В этом случае вектор Пойнтинга в каждой точке пространства должен иметь два противоположных направления, что в сумме дает нулевой вектор Пойнтинга, а это не подтверждают расчеты. Налицо явный парадокс. Такое объяснение годится только для объемов, через которые проходят волны несущую энергию.

Во вторых, если, как сказано «такое течение электромагнитной энергии не проявляется ни в каких физических явлениях»<sup>5</sup>, то какой в них практический смысл? И какое отношение такие решения имеют к процессу излучения и поглощения электромагнитных волн? На этот вопрос следует однозначный ответ – никакого.

Остроумный ответ на указанный парадокс дает Фейнман: «Все находится в покое, так что энергия тоже не изменяется со временем;  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{V}$  постоянны. Но вектор Пойнтинга утверждает, что есть поток энергии, т.к.  $\mathbf{E} \times \mathbf{V}$  не равно нулю. Если вы понаблюдаете за потоком энергии, то убедитесь, что он циркулирует вокруг этой системы. Но никакого изменения энергии не происходит; все, что втекает в любой объем, снова вытекает из него. И так, в такой, казалось бы, статической ситуации есть поток энергии. **Выглядит, прямо скажем, абсурдно!**»<sup>6</sup>.

При этом остается вопрос, а откуда берется эта самая энергия циркуляции, когда заряд и магнит сближаются. Ведь пока магнит и заряд были далеко друг от друга, у каждого из них была своя энергия. У заряда – электрическая энергия, у магнита – энергия магнитного поля. И ничего никуда не циркулировало, т.к. вектор Пойнтинга около обоих тел равен нулю. Сблизим магнит и заряд, сразу же, непонятно откуда появляется электромагнитная энергия, поток которой характеризуется вектором Пойнтинга. Как только мы разнесем в пространстве магнит и заряд, электромагнитная энергия опять же исчезнет неизвестно куда. Тут явно нарушается закон сохранения энергии, согласно которому, энергия не может появиться из ниоткуда, и не может исчезнуть в никуда.

Почему-то Фейнману не пришла в голову идея, легко разрешающая этот парадокс. Идея состоит в том, что в формуле вектора Пойнтинга должны входить электрическое поле и магнитное поле, созданное движением заряда под действием упомянутого поля. Или в данном случае, электрическое поле принадлежит одному телу, а магнитное поле создает постоянный магнит, магнитное поле которого никак не связано с рассматриваемым электрическим полем<sup>7</sup>.

Эта ситуация совершенно соответствует тому, что при вычислении механической работы  $A = F \cdot s$ ,  $s$  – перемещение, которое произошло под действием силы  $F$  входящей в формулу и действующей именно на то тело, перемещение которого учтено в формуле работы. Было бы весьма странно, если бы в формулу расчета работы входила бы сила, действующая на одно тело, а перемещение бы подсчитывалось бы для другого тела.

Предлагается следующая модифицированная формулировка теоремы Пойнтинга:

**Вектор Пойнтинга равен векторному произведению напряженности внешнего электрического поля и индукции магнитного поля порожденного током (движением) зарядов под действием этого самого внешнего поля.**

В этом случае становится очевидным, что в статическом случае (например, описанным Фейнманом) вектор Пойнтинга будет равным нулю, т.к. магнитное поле если и порождено электрическим током, но отнюдь не под действием того самого эл. поля, напряженность которого подставляется в формулу. Т.е., на самом деле никакого парадокса нет.

Подобного парадокса могло бы и не возникнуть, если бы возобладала точка зрения Умова, что излучение

<sup>1</sup> Сивухин Д.В. Указ. соч. С. 367.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Величина вектора Пойнтинга явно зависит от мощности магнита и от величины электрического заряда.

<sup>4</sup> Сивухин Д.В. Указ. соч.

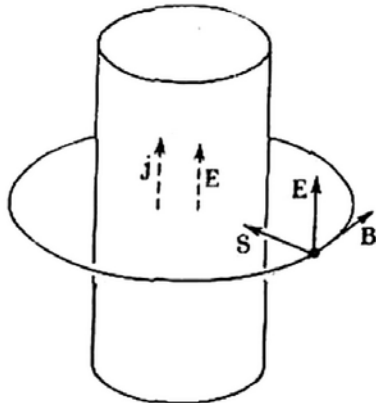
<sup>5</sup> Там же

<sup>6</sup> Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. С. 295

<sup>7</sup> Другими словами, применение вектора Пойнтинга для расчета потоков электромагнитной энергии легитимно, только для динамических случаев. В статических случаях теорема Пойнтинга неприменима.

электромагнитного поля – это результат произведенной работы над электрическими зарядами, а не просто произведение векторов электрического и магнитного полей, случайно сошедшихся в одной области пространства.

Предложенная формулировка теоремы Пойнтинга позволяет разрешить не только «статические парадоксы», но другой парадокс, также описанный Фейнманом.



Фиг. 27.5. Вектор Пойнтинга  $S$  вблизи провода с током.

«В качестве следующего примера давайте посмотрим, что происходит с кусочком провода (с ненулевым сопротивлением), по которому течет ток. Поскольку провод обладает каким-то сопротивлением, то вдоль него действует электрическое поле, которое порождает ток, а в результате падения потенциала вдоль провода существует также параллельное его поверхности электрическое поле вне провода (фиг. 27.5). Кроме того, наличие тока порождает также магнитное поле, направленное по окружности вокруг провода.

Векторы  $E$  и  $B$  направлены под прямым углом, а поэтому вектор Пойнтинга направлен радиально, как это показано на рисунке. Внутрь проводника со всех сторон втекает энергия. Она, разумеется, должна быть равна энергии, теряемой проводником в виде тепла.

Таким образом, наша «сумасшедшая» теория говорит, что электроны получают свою энергию, растрачиваемую ими на создание теплоты извне, от потока энергии внешнего поля внутрь провода. Интуиция нам подсказывает, что электрон пополняет свою энергию за счет «давления», которое толкает его вдоль провода, так что энергия как будто должна течь вниз (или вверх) по проводу. А вот теория утверждает, что на самом деле на электрон действует электрическое поле, создаваемое очень далекими зарядами, и электроны теряют свою энергию, расходуемую на тепло именно из этих полей. Энергия отдаленных зарядов каким-то образом растекается по большой области пространства и затем втекает внутрь провода»<sup>1</sup>.

Откуда в пространстве берется та самая энергия, которая втекает в провод с электрическим током, более подробно рассматривается в другом учебнике по электродинамике, там же приводится и иллюстрирующий рисунок (36.2): «Проведенный анализ этой задачи обнаруживает ошибочность распространённого мнения, будто энергия переносится движущимися электронами вдоль провода с током. На самом деле она поступает в проводник из окружающего пространства в виде энергии электромагнитного поля. При этом источником электромагнитной энергии, из которого она поступает в окружающее пространство, является область действия сторонней э.д.с. Таким образом, электромагнитная энергия переносится от источника тока к омическим сопротивлениям, где она превращается в теплоту, не по проводу, а в свободном пространстве»<sup>2</sup>.

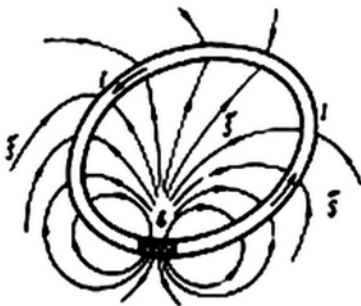


Рис. 36.2

При рассмотрении подобного объяснения возникает несколько вопросов, в частности: почему количество джоулевого тепла, выделяемое при прохождении тока, не зависит от расстояния до источника э.д.с, хотя из картинки явно следует, что чем дальше от источника тем поле слабее, а из опытов с электричеством следует, что количество выделяемого тепла зависит только от величины протекающего тока и сопротивления участка цепи? Во вторых, неясно каким чудесным образом, провод отличает электромагнитное поле «своего» источника э.д.с, от «чужого»? Ведь в самом деле, если рядом с участком провода расположить «чужой» источник э.д.с (питающий другую цепь), который якобы также излучает в пространство энергию, тем не менее, участок провода будет поглощать только ту энергию, которую выделяет «свой» источник, хотя «свой» источник может быть за несколько километров, а «чужой» совершенно рядом.

В третьих, если источник э.д.с, в самом деле излучает электромагнитную энергию, которую поглощает провод, то единственный вид энергии вокруг провода с током известный из экспериментов – это энергия магнитного поля проводника с током. И надо понимать, что именно эта энергия и есть та самая энергия, которая переводится в тепло при поглощении? Или это какая-то электромагнитная энергия особого рода, которая не проявляется ни в одном из экспериментов?

Если принять гипотезу, что энергия, которая поглощается при прохождении тока по проводу, – это и есть та самая энергия магнитного поля, то куда она исчезает при разрывании цепи, ведь э.д.с источника существует независимо от того, замкнута электрическая цепь или разорвана. А вот «излучение» источника э.д.с существует, якобы, только при замыкании цепи.

Далее, почему энергию, которую никто не видел в экспериментах, считают электромагнитной, а тепло, которое является самым что ни на есть электромагнитным излучением, за электромагнитную энергию не принимают? Говорят, что «провод поглощает электромагнитную энергию и выделяет тепло» (надо понимать, совсем не электромагнитное). Есть и другие более мелкие вопросы.

Так что совершенно не зря Р. Фейнман назвал эту теорию сумасшедшей.

При рассмотрении статического парадокса мы пришли к выводу, что причина парадокса в том, что в формулу расчета вектора Пойнтинга подставляют электрическое поле от одного тела, а магнитное поле от другого,

<sup>1</sup> Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. С. 294.

<sup>2</sup> Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Указ. соч. С. 107.

и все это перемножают на основании того, что электрическое и магнитное поле находятся в одной и той же области пространства. То здесь мы также видим проявления святой веры в торжество математических формул.

Корни парадокса с электромагнитной энергией провода с током, в том, что направление движения энергии принимается по направлению вектора Пойнтинга. Если вектор Пойнтинга направлен снаружи вовнутрь проводника, значит и энергия однозначно поступает извне, и никак иначе.

Посмотрим внимательнее, каким образом получается направление вектора Пойнтинга.

Первое – это направление электрического тока: за направление электрического тока **принято**<sup>1</sup> направление, обратное направлению движения электронов, т.е. от плюса к минусу. Второе – за направление вектора магнитной индукции опять же **принято** условно направление от южного полюса к северному (рис. 1)<sup>2</sup>: Для проводника с током **принято** определять по правилу буравчика, или правилу правой руки (рис. 2):

То же самое и с направлением вектора напряженности электрического поля. В природе имеются электрические заряды двух знаков (условное понятие). Причем, заряды одного знака отталкиваются, заряды разных знаков притягиваются (природное явление). При всем этом, одни заряды **условно принято** обозначать положительными, а противоположные – отрицательными. Направление вектора электрического поля принято (опять же условно) рисовать в направлении от положительного заряда к отрицательному.

Вот на основании вектора, полученного векторным перемножением этих векторов, направление которых приняты весьма условно, и делается вывод, в каком направлении течет энергия. Но, поглощаемая или излучаемая энергия – это процесс совсем не условный, он имеет ясное физическое проявление, а значит должен однозначно определяться в физических экспериментах.

Попытаемся разобраться, откуда берутся рассмотренные и другие парадоксы, следующие из существующих формулировок теоремы Пойнтинга, это становится ясно из рассмотрения теоремы Пойнтинга. Дело в том, что в уравнении (1) в самом общем виде наличествует только электромагнитная энергия поля и энергия токов. Но, чаще рассматривают даже не интегральную форму теоремы Пойнтинга, а дифференциальную форму теоремы (2). Но, в дифференциальной форме ситуация еще хуже, в ней не только присутствует исключительно электрические и магнитные поля, но еще и создается впечатление, что не только в каждой точке пространства существуют указанные поля, но еще и энергия выделяется в пространстве, без всякого участия материи.

Просто так, если в указанной точке пространства существуют векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{V}$ , значит именно в этой точке пространства и выделяется электромагнитная энергия, сама по себе. Это и есть энергетический подход Пойнтинга.

Подход Умова, к той же проблеме, отличается тем, что Умов воспринимал энергию не как отдельную сущность, а исключительно как свойство материи. В подходе Умова исключена возможность появления энергии в отрыве от материи. Значит, в интерпретации Умова теоремы о существовании энергии в дифференциальном виде может рассматриваться только как математический прием, не отражающий истинную сущность происходящих процессов.

Именно отделение электромагнитной энергии, как отдельной сущности (энергетизм) и приводит к парадоксам. К парадоксу с излучением энергии проводника с током привело то, что исходя из теоремы Пойнтинга (в современном виде) следует, что должна излучаться (поглощаться) именно электромагнитная энергия, а не какая-то другая форма энергии.

Тепловая энергия считается совсем другим видом энергии, а именно энергией хаотического движения молекул, отсюда и следует исключение тепловой энергии из рассмотрения видов излучения в проводнике с током. Такая ошибка может быть простительна в конце XIX в., а в настоящее время известно, что тепловая энергия выделяется не только в виде броуновского движения молекул, но и в виде инфракрасного (теплого) излучения, которое является ничем иным, как электромагнитным излучением. На самом деле никакого парадокса нет, и не стоит выдумывать несуществующее электрическое поле, которое якобы излучается источником э.д.с., затем поглощается каждым участком электрической цепи, а уже внутри провода превращается в тепловую энергию.

Более того, электромагнитная энергия, не является чем-то исключительным, а наоборот это один из многочисленных видов энергии, а, как известно, различные виды энергии могут легко переходить друг в друга. А значит, и электромагнитная энергия может выделяться, не только в виде электромагнитного излучения, но и в виде механической энергии движения, и в виде энергии химических связей.

Рассмотрим один случай перехода электромагнитного воздействия в механическую энергию. Это пример ускорения заряженных частиц в линейных электростатических ускорителях и рентгеновских трубках. Несмотря на то, что на участке разгона электронов в электростатическом поле имеется и электростатическое внешнее поле, и поток заряженных частиц (электрический ток) с неизменным магнитным полем, связанным с электрическим током, тем не менее, излучения не наблюдается<sup>3</sup>, т.к. вся энергия уходит на ускорение заряженных ча-

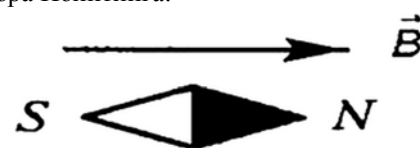


Рис. 1. Направление вектора магнитной индукции

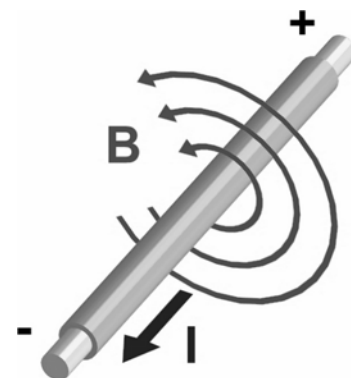


Рис. 2. Направление вектора магнитной индукции в соответствии с правилом буравчика (на рисунке изображен прямой провод с током; ток  $I$ , протекая через провод, создает магнитное поле  $B$  вокруг провода).

<sup>1</sup> Мы специально выделили слово «принято», чтобы указать на условный характер «направления электрического тока».

<sup>2</sup> Не говоря уже о том, что сами по себе понятия «северный», «южный», не более чем общепринятая условность.

<sup>3</sup> На практике имеется все же остаточное излучение на участке разгона, но оно связано исключительно с ударами (торможением) электронов по остаточным молекулам газа, т.к. вакуум и в ускорителях и рентгеновских трубках не идеальный, и содержит некоторое остаточное количество молекул газов.

стиц (электронов), а все излучение появляется только при поглощении (торможении) электронов на мишени в ускорителе или аноде рентгеновской трубки. Оно так и называется «тормозное излучение».

Аналогичная ситуация и в случае сверхпроводников. Несмотря на то, что в сверхпроводящем состоянии ток имеется, значит, имеется и магнитное поле сопутствующее току, но в виду отсутствия сопротивления тепло не выделяется. Т.к. количество теплоты, выделяемое в единицу времени в рассматриваемом участке цепи, пропорционально произведению квадрата силы тока на этом участке и сопротивления участка или по формуле:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt \quad (6)$$

Так как сопротивление участка цепи равно нулю (сверхпроводящее состояние), то и количество теплоты, выделяемое данным участком цепи будет нулевым.

При этом возникает закономерный вопрос. А куда девается электромагнитная энергия поглощенная, согласно теореме Пойнтинга, каждым участком провода? Ведь, если она будет только поглощаться, и не уходит (излучаться или перетекать любым другим способом в другие места), то через некоторое время её скопится так много, что она просто взорвет провод изнутри. В экспериментах же этого не происходит<sup>1</sup>.

Приведенные примеры говорят о том, что наличие ненулевого вектора Пойнтинга является необходимым, но недостаточным условием для излучения или поглощения электромагнитной энергии.

Чтобы внести окончательную ясность рассмотрим теорему Умова-Пойнтинга в интегральном виде:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) dV = - \oint_S P dS - \int_V (j \cdot E) dV, \quad (7)$$

здесь  $\epsilon_0 E^2$  – энергия электрического поля;

$\frac{B^2}{\mu_0}$  – энергия магнитного поля;

$dV$  – элемент объема  $V$ ;

$P$  – вектор Пойнтинга;

$dS$  – элемент поверхности  $S$  охватывающей объем  $V$ ;

$j$  – элементарный ток;

$E$  – напряженность электрического поля.

Удобнее переписать уравнение (11) в виде:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} W = - \oint_S P dS - \int_V (j \cdot E) dV, \quad (8)$$

здесь  $W = \int_V \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) dV$  – электромагнитная энергия внутри объема  $V$ .

Если выбран объем  $V$ , не содержащий токов  $j$ , то

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) dV = - \oint_S P dS, \quad (9)$$

То есть интеграл вектора Пойнтинга по поверхности  $S$  равен изменению внутренней электромагнитной энергии объема  $V$ . В случае стационарных электрических и магнитных полей получается парадокс, разобранный выше, дивергенция вектора Пойнтинга не равна нулю, а излучение отсутствует. Видно, что в отсутствии токов внутри выделенного объема излучение электромагнитной энергии возможно только за счет расходования внутренней электромагнитной энергии объема. Если энергия внутри объема остается постоянной, то излучения быть не может. В случае постоянного электрического поля от заряженного тела, и постоянного магнитного поля от постоянного магнита излучение отсутствует именно потому, что и электрическое и магнитное поля постоянны (не меняются во времени).

То, что дивергенция вектора Пойнтинга не равна нулю, при отсутствии излучения, говорит о том, что ненулевой поток вектора Пойнтинга является только необходимым, но не достаточным условием, для констатации излучения.

На самом деле, ненулевая дивергенция вектора Пойнтинга в общем случае говорит только о наличии электрических и магнитных полей внутри выделенного объема.

С другой стороны изменение электрического поля по закону сохранения электрического заряда возможно только при изменении количества электрических зарядов, и соответственно, возможно только при движении зарядов через ограничивающую поверхность. Движение электрических зарядов через поверхность означает наличие электрического тока, что нарушает начальное предположение об отсутствии токов. Значит, при отсутствии электрических токов в выбранном объеме  $V$ , излучение электромагнитной энергии невозможно, даже если дивергенция вектора Пойнтинга не равна нулю.

Таким образом, энергетический подход Пойнтинга не подходит для решения задач по излучению электромагнитной энергии. При этом материалистический подход Умова полностью подтверждается тем, что излучение электромагнитной энергии возможно только при наличии токов, которые в свою очередь невозможны без присутствия материальных носителей заряда.

<sup>1</sup> Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М.: Гардарики. 2001. С. 274

В учебниках по электродинамике часто рассматривается случай распространения электромагнитной волны через выделенный объем. Такой случай нисколько не противоречит сказанному, в этом случае с одной стороны в объем входит некоторое количество энергии электромагнитной волны, а с другой стороны выходит точно такое же количество электромагнитной энергии. В результате электромагнитная энергия только проходит через выделенный объем не накапливается и не расходуется, а остается постоянной. Понятно, что подобное движение электромагнитной энергии не имеет отношения к процессам излучения и поглощения электромагнитной энергии, а только к процессам прохода уже излученной энергии через выделенные области пространства, без изменения количества энергии в пределах данного объема.

Этот случай предполагает, что электромагнитная волна уже излучена в результате какого-то другого процесса, но еще не поглощена в результате процесса поглощения. Т.е. в тот момент, когда излучение уже существует, и распространяется в пространстве. А сам процесс излучения и поглощения электромагнитных волн точно никак не связан подобными решениями.

Процессы излучения и поглощения электромагнитной энергии, возможно, описать только исходя из уравнений теоремы Умова-Пойнтинга, в которую входят не только электрические и магнитные поля, но и токи материальных зарядов и источники сторонних электрических полей.

Конечно, можно спорить о том, в каком направлении движется энергия, символизированная в виде потока вектора Пойнтинга для постоянного тока, но для переменного тока все встает на свои места.

Для переменного тока действует теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме<sup>1</sup>

$$-\oint_S \hat{P} dS = \int_V \gamma E^2 dV + 2j\omega \int_V \left( \frac{\mu_a H^2}{2} - \frac{\epsilon_a E^2}{2} \right) dV, \quad (10)$$

здесь  $\hat{P}$  – комплексный вектор Пойнтинга;  $\gamma$  – проводимость;  $\mu_a$  и  $\epsilon_a$  – магнитная и диэлектрическая проницаемость среды;  $j$  – комплексная единица;  $\omega$  – круговая частота тока.

Легко видеть, что первый член в правой части уравнения (14) – это потери на тепло по закону Джоуля-Ленца, а второй это энергия электромагнитного поля. Далее автор пишет: «Первое слагаемое в правой части представляет собой активную мощность, второе – реактивную. Таким образом, теорему Умова-Пойнтинга можно записать еще следующим образом:

$$-\oint_S \hat{P} dS = P + jQ.$$

В таком виде ее часто используют для определения активного и внутреннего реактивного сопротивления проводников на переменном токе»<sup>2</sup>.

Применим так, как и рекомендует автор, для определения комплексного сопротивления участка проводника с переменным током, методика расчета указана там же:

«Действительно

$$-\oint_S [\dot{E} \dot{H}] dS = P + jQ = I^2 R + j I^2 X$$

и

$$Z = R + j X = \frac{-\oint_S [\dot{E} \dot{H}] dS}{I^2} \gg^3.$$

Известно, что для участка цепи с индуктивным сопротивлением комплексное сопротивление больше активного  $Z > R$ , тогда получается, что если участок цепи обладает индуктивным сопротивлением, то поглощение электромагнитной энергии больше, чем излучение активной энергии (джоулева тепла).

Как известно, прямой одиночный провод обладает в основном индуктивным сопротивлением, значит, если верить в теорию, что электромагнитная энергия (определяемая величиной вектора Умова-Пойнтинга) поглощается, а выделяется только тепло Джоуля-Ленца, тогда получается, что участок линии с индуктивным сопротивлением, поглощает энергии больше, чем выделяет в виде тепла.

Есть еще более интересный момент. В научной литературе говорится, что энергию, которую участок линии поглощает, выделяется источником тока. В случае электросети – это ГЭС, ТЭЦ и др. электростанции, а линии у потребителя только поглощают электромагнитную энергию. Значит, чем больше линий электропередач у потребителей, тем меньше электромагнитные помехи. На самом деле наоборот. Именно провода линии электропередач являются источником электромагнитных помех<sup>4</sup>.

Суть предложений состоит в том, чтобы привести модельные представления в соответствие с реальными процессами. Так в случае с энергией проводника с током предлагается признать, что энергия выделяется в направлении обратном направлению вектора Пойнтинга.

И выделяется (излучается) она не в неизвестном виде, поступающем неизвестно откуда в пространстве, а вполне конкретно из провода в окружающее пространство в виде электромагнитного излучения тепла.

Конечно, достигнуть того, чтобы вычисленное направление движения энергии соответствовало действительному потоку энергии (обратного направлению вектора Пойнтинга) из проводника наружу, можно разными

<sup>1</sup> Там же. С. 150.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же. С. 171.

<sup>4</sup> ГОСТ 22012-82 Радиопомехи промышленные от линий передач и электрических подстанций. Нормы и методы измерений. М.: Издательство стандартов, 1982.

способами, можно, например, поменять договор о направлении вектора  $\mathbf{E}$  или вектора  $\mathbf{B}$ . Можно поменять знак в уравнении (2), тогда получим в интерпретации авторов, вектор Пойнтинга в виде:

$$\bar{S} = -[\epsilon_0 c^2 \bar{E} \times \bar{B}] \quad (11)$$

Теорема Пойнтинга при этом, переписывается так:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (\nabla \cdot \bar{S}) + (\bar{E} \cdot \bar{j}) \quad (12)$$

Можно оставить знаки в теореме Пойнтинга, но указывать, что направление движения энергии противоположно направлению вектора Пойнтинга. Другими словами, выражение (6) предлагается следующий постулат:

**Количество излученной энергии равно скалярному произведению вектора Пойнтинга на единичный орт к излучающей поверхности с обратным знаком:**

$$\int_{-\Sigma} (S \cdot n) da \quad (13)$$

Рассмотрим, каким образом в этом случае будет объясняться излучение электромагнитной энергии на участке провода с током.

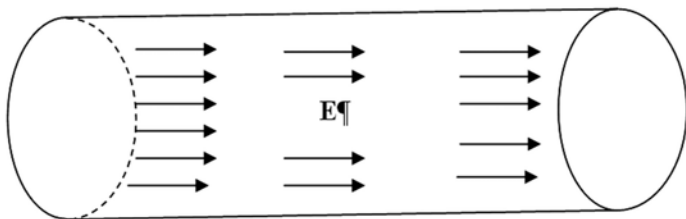


Рис. 3. Участок провода с током.

Во-первых, в каждом участке провода с током существует потенциал электрического поля  $E$  (рис. 3), в самом деле, как известно на каждом участке цепи действует разность потенциалов  $\phi$ , но если на участке имеется разность потенциалов поля, значит в каждой точке существует потенциал (напряженность) поля  $E$ .

Под действием разности потенциала начинается движение свободных зарядов (электронов) внутри провода. Движение электронов, в

свою очередь, порождает магнитное поле тока, с напряженностью магнитного поля  $\mathbf{H}$ , которое может быть выражено через вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . Таким образом мы имеем и напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$  и вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , т.е., все необходимые атрибуты для вычисления вектора Пойнтинга, а вместе с ним и количество излученной энергии на участке провода с током.

В приведенных рассуждениях легко увидеть соответствие предложенной выше формулировки теоремы Пойнтинга: имеется стороннее поле  $\mathbf{E}$ , вызывающее движение зарядов, и магнитное поле  $\mathbf{B}$  порожденное движением зарядов под действием именно этого внешнего поля  $\mathbf{E}$ .

Вектор Пойнтинга (если не менять договоренностей о направлении векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ ) также как и раньше будет направлен внутрь проводника, но используя предложение о договоренности направления движения энергии обратно направлению вектора Пойнтинга, мы достигнем согласия с экспериментальными данными. Т.е., вектор Пойнтинга направлен внутрь, а энергия выделяется из проводника наружу.

Еще один довод в пользу того, что за счет тепловых потерь именно теплота только создается (переходит из электрической формы в тепловую), а излучается исключительно в виде электромагнитных волн ИК-диапазона, можно получить, если рассмотреть излучение тепла от проводника с током в вакууме. Обычно теплота передается от одного тела к другому либо путем конвекции, либо в виде ИК-излучения. В вакууме, где теплопередача конвекцией исключена, тепло передается исключительно в виде ЭМ-излучения и никаким другим образом передаваться тепловая энергия не может.

Теперь можно разъяснить вопрос о тепловой энергии, выделяемой при прохождении электрического тока. Дело в том, что член уравнения теоремы Умова-Пойнтинга ответственный за выделение джоулева тепла на самом деле характеризует не излучение тепла, а только его образование.

Причем образование тепловой энергии производится за счет работы электрического поля против сил неэлектрической природы, столкновение свободных электронов с ионами кристаллической решетки проводника. А вот процесс излучения тепла описывается именно членом Пойнтинга. Именно поэтому, величина вектора Пойнтинга для провода с постоянным током в точности равна величине генерируемой тепловой энергии<sup>1</sup>. И равенство

$$\ll - \oint_S [E H] dS = \gamma E^2 = P \gg^2$$

означает именно то, что выполняется тождественное равенство баланса энергии, сколько вырабатывается тепла за счет работы электрического поля при условии сопротивления проводника, ровно столько её и излучается в виде электромагнитной (тепловой) энергии.

Последнее, что необходимо отметить – это предпочтительное применение теоремы Умова-Пойнтинга в дифференциальной или интегральной формах. Выше было сказано, что окончательное решение вопроса об излучении или поглощении энергии в выделенном объеме может быть решено только в случае применения интегральной формы теоремы. Так как в случае дифференциальной формы возможны казусы, когда энергия в одной области ограничивающей поверхности может излучаться, в другой поглощаться, а в третьей переход энергии через ограничивающую поверхность может быть равен нулю. И только рассчитывая полный интеграл баланса энергии по всему объему можно однозначно сказать, излучается ли электромагнитная энергия из выделенного объема, поглощается или проходит сквозь выделенную область пространства без изменения внутренней энергии.

<sup>1</sup> Бессонов Л.А. Указ. соч. С. 146.

<sup>2</sup> Там же.



Изменения, которые предлагают авторы данной статьи сводятся к следующим двум предложениям:

Предлагается следующая формулировка теоремы Пойнтинга:

**Вектор Пойнтинга равен векторному произведению напряженности внешнего электрического поля и индукции магнитного поля порожденного током (движением) зарядов под действием этого самого внешнего поля.**

**Количество излученной энергии равно скалярному произведению вектора Пойнтинга на единичный орт к излучающей поверхности с обратным знаком:**

$$- \int_{\Sigma} (S \cdot n) da$$

#### Выводы

1. Из интегральной формы уравнения Умова-Пойнтинга следует закон сохранения энергии замкнутой системы. Излучаться может энергия, которая либо поступает извне в виде внешней работы против неэлектромагнитных сил (преобразование неэлектромагнитной энергии в электромагнитную), либо внутренняя электромагнитная энергия, за счет уменьшения внутренней электромагнитной энергии. Во всех случаях баланс энергии должен соблюдаться. Т.е., если система получает извне энергию (преобразует энергию) и при этом внутренняя энергия повышается, то излучаться может только разница между поступившей энергией и накопленной внутренней энергии.
2. При рассмотрении систем, которые могут излучать электромагнитную энергию, необходимо в первую очередь обращать внимание на баланс поступающей энергии (в том числе неэлектромагнитной) и изменения энергии внутри замкнутой поверхности. Если снаружи система не получает энергии и внутренняя энергия не изменяется, то система не излучает и не поглощает энергию<sup>1</sup>. При этом, вопреки тому, что написано в современной литературе, величина вектора Умова-Пойнтинга, и величина дивергенции вектора Умова-Пойнтинга, значения не имеет.
3. В общем случае величина вектора Умова-Пойнтинга и дивергенция вектора Умова-Пойнтинга говорит только о наличии внутри выделенного объема электрических и магнитных полей. Наличие или отсутствие излучения показывает не дивергенция вектора Умова-Пойнтинга, а только баланс энергии, согласно общему закону сохранения энергии.
4. Пример того, что при выяснении вопроса об излучении необходимо пользоваться теоремой Умова в интегральной форме, служит вопрос об излучении заряженных частиц в линейных электростатических ускорителях. Заряженная частица в таких ускорителях на участке разгона не излучает энергию, т.к. вся работа внешнего электростатического поля идет на увеличение кинетической энергии ускоряемых частиц, т.е. внутренней энергии системы. Хотя вектор Умова-Пойнтинга в этом случае не нулевой, но его величина говорит только о наличии внутри пространства разгонного участка ускорителя электрического поля внешнего (ускорителя) и внутреннего (электрические поля ускоряемых частиц), а также магнитного поля получаемого за счет движения заряженных частиц. Но излучения на разгонном участке не наблюдается, все излучение наблюдается при торможении ускоренных частиц на мишени, и поэтому называется тормозным излучением.
5. Физический смысл «потока вектора Умова-Пойнтинга» в общем виде не определяет наличие излучения или поглощения электромагнитной энергии. Физический смысл имеет только поток вектора Умова-Пойнтинга в случае если магнитный поток  $\mathbf{B}$ , входящий в уравнение Умова-Пойнтинга, создан в результате электрических токов при движении электрических зарядов под действием электрического поля, также входящего в то же самое уравнение. Другими словами, если магнитное поле существует независимо от внешнего электрического поля (например, для постоянных магнитов), то в этом случае теорема Умова-Пойнтинга недействительна. И поток вектора Умова-Пойнтинга в этом случае ничего не определяет, кроме наличия в выделенном объеме совместно отдельного электрического поля и отдельного магнитного поля.
6. Член уравнения теоремы Умова-Пойнтинга, равный выделению тепла по закону Джоуля-Ленца не характеризует излучение тепла под действием электрического тока, а дает величину тепла образованного под действием электрического тока. На самом деле, член Джоуля-Ленца определяет величину работы произведенной электрическим полем против сил неэлектрической природы (столкновения свободных электронов с ионами кристаллической решетки). Все тепло, полученное таким образом, не излучается, а остается внутри объема выделившего тепло.
7. В случае наличия излучения из выделенного объема, направление потока излучения противоположно направлению потока вектора Пойнтинга.
8. Длинные линии электропередач излучают электромагнитную энергию, а не поглощают её, как это написано в современной научной литературе. Это происходит потому, что вектор Пойнтинга для провода, не имеющего источника, э.д.с. направлен внутрь провода, а в соответствии с предыдущим выводом поток излучаемой энергии направлен в противоположную сторону, т.е. наружу.

<sup>1</sup> Возможен стационарный случай сквозного прохода энергии, когда энергия с одной стороны втекает, с другой вытекает точно такое же количество энергии. Но сама система находящаяся внутри замкнутого объема никакого влияния на данный процесс не имеет.

9. Вся реактивная энергия не поглощается внутри провода, как это следует из современной научной литературы, а излучается в окружающее пространство. Это подтверждается тем, что линии электропередачи переменного тока являются мощными источниками радиопомех.
10. Поток совокупной энергии из выделенного объема в окружающее пространство равен потоку вектора Умова-Пойнтинга с обратным знаком. В совокупную энергию, излученную в окружающее пространство также входит и излучение тепловой энергии в виде электромагнитных волн излучения. Излучение тепла может быть в ИК-диапазона (нагреватели) или в видимом и УФ диапазонах ЭМ-волн (лампы накаливания и УФ-источники).
11. Для определения, было ли, в самом деле, излучение или нет, необходимо пользоваться теоремой Умова-Пойнтинга в интегральной форме. При использовании в дифференциальной форме факт наличия излучения может быть непонятен. Дело в том, что на разных участках поверхности ограничивающей выделенный объем поток вектора Умова-Пойнтинга может иметь различные направления, т.е. в одном месте энергия может излучаться, в других местах – поглощаться, а в третьих местах вектор Умова-Пойнтинга может быть равен нулю.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 22012-82 Радиопомехи промышленные от линий передач и электрических подстанций. Нормы и методы измерений. М.: Издательство стандартов, 1982.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М.: Гардарики. 2001. 317 с.
3. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. Т. 3. М.: Высшая школа, 1991, 288 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики Электричество. Т. 3. М.: Наука, 1977, 704 с.
5. Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Электродинамика. М.: Высшая школа, 1990, 352 с.
6. Умов Н.А. Избранные сочинения. М. – Л.: Гостехиздат, 1950. 571 с.
7. Фейнман Р., Лейтон Р, Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6: Электродинамика. М.: Мир, 1977. 347 с.
8. Философская энциклопедия / Под ред. Ф.В. Константинова. Т. 4. М.: Советская энциклопедия, 1967. 591 с.
9. Campos I, Jimenez J.L.. "About Poynting's Theorem." *European Journal of Physics* 13.3 (1992): 117–121.
10. Chubykalo A., Espinoza A., Tzonchev R. "Experimental Test of the Compatibility of the Definitions of the Electromagnetic Energy Density and the Poynting Vector." *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* 31.1 (2004): 113-120.
11. Grimes D. M., Grimes C.A. "Power in Modal Radiation Fields: Limitations of the Complex Poynting Theorem and the Potential for Electrically Small Antennas." *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 11.12 (1997): 1721-1747.
12. Hughes W.F., Gaylord E.W. *Basic Equations of Engineering Science*. New York: McGraw-Hill Co., 1964.
13. Johnk C.T.A. *Engineering Electromagnetic Fields and Waves*. New York, John Wiley and Sons, Inc., 1975. 667 p.
14. Kinsler P., Favaro A., McCall M.W. "Four Poynting Theorems". *European Journal of Physics* 30.5 (2009): 983. doi:10.1088/0143-0807/30/5/007
15. Markel V.A. "Correct Definition of the Poynting Vector in Electrically and Magnetically Polarizable Medium Reveals that Negative Refraction is Impossible." *Optics Express* 16.23 (2008): 19152–19168.
16. Meyers N.H. "A Poynting Theorem for Moving Bodies and the Relativistic Mechanics of Extended Objects." *Journal of the Franklin Institute* 266.6 (1958): 439-464.
17. Nelson D.F. "Generalizing the Poynting Vector." *Physical Review Letters* 76.25 (1996): 4713–4716.
18. Poynting, J. H. "On the Transfer of Energy in the Electromagnetic Field". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 175 (1884): 343–361. doi:10.1098/rstl.1884.0016
19. Predvoditelev A.S. "On Umov's Works." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 5.8 (1962): 781–790.
20. Pugh E.M., Pugh G.E. "Physical Significance of the Poynting Vector in Static Fields." *American Journal of Physics* 35.2 (2005): 153-156.
21. Reitz J.R., Milford F.J., Christy R.W. *Foundations of Electromagnetic Theory*. New York: Addison-Wesley, 1993.
22. Richter F., Florian M., Henneberger K. "Poynting's Theorem and Energy Conservation in the Propagation of Light in Bounded Media." *Europhysics Letters* 81.6 (2008): 67005. doi:10.1209/0295-5075/81/67005
23. Scott J.C.W. "The Poynting vector in the ionosphere." *Proceedings of the IRE* 38.9 (1950): 1057-1068.